

ゲーム理論を学ぶ

芝浦工業大学 数理工学研究会

小池智人

平成 27 年 11 月 6 日

1 研究背景

ゲーム理論は現在、数学的な方法で考えたり、他にも様々な分野において研究がなされている。その中で私が、このゲーム理論を学ぼうと思ったきっかけは、私自身がテーブルゲームが好きであり、それには数学とどういった繋がりがあるのか調べてみたかったからである。今回は実際にゲーム理論という分野について、特に二人零和ゲームについて学習し、まとめてみた。

2 ゲーム理論 (Game Theory) とは

ゲーム理論とは、1944 年、数学者の John von Neumann と、オーストリア学派の経済学者 Oskar Morgenstern による「ゲームの理論と経済行動」の出版によって誕生した学問であり、経済社会における様々な意思決定の相互依存関係を数理的に厳密な方法論（数理モデルの定式化など）を用いて分析する理論である。ゲーム理論はあらゆる分野で問題を捉えることができ、その範囲は経済学、政治学、経営学、社会学、哲学、心理学、生物学、工学など、多岐にわたる。

3 基礎概念

ゲーム理論における用語の定義を確認する。

- ★ プレイヤー (player) ... 意思決定し、行動する主体。必ず相手が存在して成り立つ。状況に応じてプレイヤーの最小単位が変化。
- ★ 合理的 (rational) ... 可能な限り自分の目的を達成させるように行動する原理。ゲームにおける大前提。ゲームによって、考え方に差異が生まれる。
- ★ 戦略 (strategy) ... プレイヤーの行う、様々な状況における行動計画。
- ★ 利得 (payoff) ... プレイヤーの選考順序を数値化したもの。効用 (utility) と呼ぶ。
- ★ ルール (rule) ... ゲームのプレイをの進行を定める様々な規定の総称。

4 合理的思考/ミニマックス原理

零和の性質から、戦略 f に関して、

$$f_1(i, j) + f_2(i, j) = 0 \quad (\text{または定数})$$

が得られ、この利得関係を行列 A にして表すと、

$$A = (a_{ij}) = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

となる。

これから解る、プレイヤーの合理的な行動による前提条件とは

$$\text{マックスミニ値} \quad v_1 = \max_i \min_j a_{ij}$$

$$\text{ミニマックス値} \quad v_2 = \min_j \max_i a_{ij}.$$

となり、 $v_1 = v_2$ となる点を均衡点 (ゲームの値) という。

この値は、2 人の得た利得に対して、両者の納得のできる値であり、合理的に考えた結果となる。しかし、これらは二人のプレイヤーが合理的思考をして導いた解であることから、実際のゲームで同じような結果が得られるとは限らない。

5 混合戦略と期待利得

合理的に基づいた行動の 1 つがミニマックス原理ならば、プレイヤー自身が相手の立場で考える応用性も必要になる。今回で言えば、確率論による期待利得を求め、プレイヤーがどの選択枝を取るべきか、考えることができる。ある利得 a_{ij} に対する期待利得 $U(a_{ij})$ は、その時に P_2 が戦略 j を選択する確率 p_j に応じて、 $U(a_{ij}) = p_1U(a_{i1}) + p_2U(a_{i2}) + \dots + p_jU(a_{ij}) + \dots + p_nU(a_{in})$ と表すことができる。

表 1: 打率

	直球	変化球
直球	80%	0%
変化球	10%	30%

P_1 (バッター) が表のマスそれぞれを $1/4$ ずつ念頭に置く。

$$(80\% + 0\% + 10\% + 30\%)/4 = 30\%$$

P_2 (ピッチャー) が変化球のみしか投げない。

$$(0\% + 30\%)/2 = 15\%$$

表 1 のような例から、 P_1 、 P_2 をバッター、ピッチャーとして考えると、 P_1 は P_2 が戦略を念頭に置く割合によって、期待値が変動する。即ち、最適解はあるが、それは相手プレイヤーに依存する。

6 まとめと今後の課題

ゲーム理論を学習することによって、私たちの身の回りにある様々な事柄がゲーム理論を用いて表現し、最適化することが可能であることが解った。今回の学習でゲーム理論の概要はアウトラインは解ったので、これらを様々な範囲に広げていき知識を増やしていきたい。また、今回は一部の考え方のみでプレイヤーのことまで考えたまだった。どのような状態でどのような行動心理が働くのか調べるシミュレーションの作成し、より具体的な結果を得られるように努めていきたい。

7 参考文献

- [1] 鈴木光男, ゲーム理論, 共立出版, 1981 年.
- [2] 岡田章, ゲーム理論, 有斐閣, 2011 年.
- [3] 逢沢明, ゲーム理論トレーニング, かんき出版, 2003 年.