

電車における席選択のマルコフ連鎖モデル

芝浦工業大学 谷野徹

2016/3/5 サイエンスインカレ

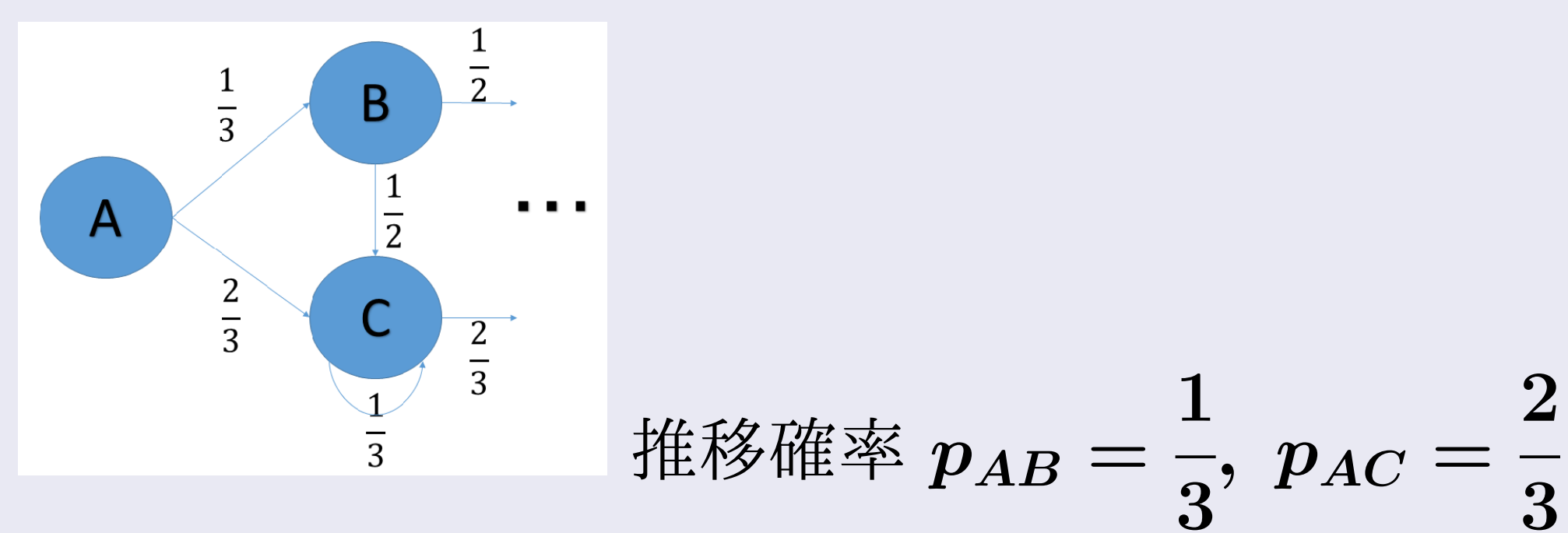
研究背景

電車でどの席に座るかは個人の自由だが席の埋まり方には秩序があるように見える。実際に電車に乗って観察すると席の両端がまっさきに埋まることが多く見られる。心理学ではこれは一人一人がパーソナルスペースという他人が近づくと不快になる空間を持っているためだと説明される。つまり、他人と隣になる可能性が最も低いのが端の席なのでそこが先に埋まってしまうのである。

この研究では、実際に起きた席変化を取り込んだマルコフ連鎖モデルと、心理学が主張する秩序をもった席選択モデルを作成する。これらを比較し、二つの関連を示すことで、その仮説の妥当性を定量的に確認できるような手法を試みる。

マルコフ連鎖とは

現在の状態から推移確率に従って次の状態へ移る過程のこと。



- 1 状態と推移確率を定めることで構成できる。
- 2 何度も推移を繰り返したとき、状態の割合は唯一の分布(定常分布)に収束する。

概要

電車の席の変化は周期的なマルコフ連鎖で表せる。これは唯一の定常分布をもつ。(別紙参照)

- 1 現実から抽出したマルコフ連鎖モデル(サンプルモデル)を作成。
- 2 心理学的仮説からマルコフ連鎖モデル(仮説モデル)を作成。
- 3 二つのモデルを何度も動かし席の状態の割合(定常分布)を求める。
- 4 二つのモデルの定常分布の相関係数から関連を測る。

サンプルモデル : 武蔵野線モデル

実際に電車の席の変化を観察、記録しそのデータを元にモデルを作る。観察対象は武蔵野線の七人掛けシートの一つとした。

- 1 七人掛けの席の埋まり方は全部で $2^7 = 128$ 通りある。これらに0から127の番号をつけて状態とする。
- 2 観測されたデータをもとに 状態 i から状態 j への推移確率を p_{ij} を次のように定める。

$$p_{ij} = \frac{i \text{ の次に } j \text{ に移った回数}}{i \text{ から変化した回数}}$$

- 3 誰も座っていない状態を初期状態とし、上で定めた推移確率に従って状態を遷移するマルコフ連鎖を作成する。

仮説モデル1 : ランダム選択モデル

- 1 席を完全にランダム選択するモデルを考える。
- 2 このモデルのルールは以下の通りである。

ルール 空いている席を等確率で選択して着席。

仮説モデル2 : 距離最大化モデル

- 1 心理学の主張「人は他人と密着するような席選択は避ける」を反映したモデルを作りたい。
- 2 この主張を極端に解釈して「座っている人々との距離が最大になるような席を選択する」というルールを取り入れたモデルを作る。
- 3 このモデルの乗客達は次のルールに従う。

ルール1 一人目は、両端の席を等確率で選択して着席。

ルール2 二人目は、一人目との距離が最大になるような席を選択して着席。

ルール3 三人目は、一人目と二人目との距離が最大になるような席を選択して着席。

ルール4 四人目、五人目は、隣に人がいない席を選択、それができなければ隣が一人だけになる席を選択して着席。

ルール5 六人目、七人目は空いてる席を等確率で選択し着席。

ルール6 ルール1~4において候補が複数出た場合は等確率で候補を選択。

仮説モデル3 : ゲームモデル

- 1 席に座る七人の乗客が他の乗客と隣り合わないよう座るために席を選択するモデルを目指す。
- 2 このモデルの乗客は「隣り合う席を選択したら負け」という協力ゲームを行っている。次のような設定で乗客の動きを考える。
- 3 乗客全員が「可能なら、他人と密着しない席に座る」という規則を守る。
- 4 乗客は席を選択する前に今席に座っている客の配置を見る。
- 5 乗客は「自分の次に席に座る乗客も規則を守る」ということを知っている。
- 6 乗客は今座っている客の位置と次の乗客の選択を考慮して席を選択する。
- 7 乗客全員が最適な選択を行ったとき、状態1010101が必ず現れる。この状態までの推移の仕方は12通りだから乗客が従うルールは次の通り。

ルール1 一人目は、両端の席を等確率で選択して着席。

ルール2 二人目から四人目は状態1010101までの手12通りをランダムに再生。

ルール3 五人目から七人目は空いている席を等確率で選択して着席。

サンプルモデルと仮説モデルの比較

作成したモデルの特徴を挙げる。

武蔵野線モデル

実際に観測されたデータをマルコフ連鎖でつなげたもの。現実起きた回数が多いパターンで推移するので現実即した振舞いができる。しかし現実起きていないことは再現できない(例えば一人目が真ん中の席に座る等)。

ランダム選択モデル

乗客がランダムに席を選択するモデル。

距離最大化モデル

「なるべく他人と離れた席を選ぶ」ことを席選択のルールとしたモデル。

ゲームモデル

「乗客が可能な限り隣り合わないようにする」というゲームの最適手順を再生するモデル。

武蔵野線モデルと三つの仮説モデルを比較する。仮説モデルの初期状態は任意に設定できる。ここで比較の為、武蔵野線モデルに合わせて、仮説モデルの一人目は両端の席のどちらかに座るものとする。モデルの比較は次のように行う。

- 1 各モデルで空席から満席までを6000回繰り返し、出現した状態の割合を求める。
- 2 武蔵野線モデルと仮説モデルの状態割合の相関係数を求める。比較の結果は次の通り。

仮説モデル	相関係数
ランダム選択モデル	0.1965
距離最大化モデル	0.7512
ゲームモデル	0.7895

慣習的に相関係数が0.7より大きいとき相関が強いとされている。この表から武蔵野線モデルと距離最大化モデル、ゲームモデルの振舞いはかなり似ていることがわかる。一方、ランダム選択モデルとはほとんど似ていないといえる。

結論

相関係数が高い場合、武蔵野線の乗客が仮説モデルの性質を有すると解釈すれば次がわかる。

ランダム選択モデルから

人々は等確率で席を選択しているわけではない。人々の席選択には偏りがある。

距離最大化モデルから

人々は他人となるべく離れられるような席を選択して着席。

ゲームモデルから

人々は席が隣り合わないよう互いに協力している。

参考文献

- 1 羽鳥悠久, 森俊夫, 有限マルコフ連鎖, 培風館, 1982.
- 2 J. Albert, 石田基広(訳), Rで学ぶベイズ統計学入門, Springer, 2010.
- 3 Edward T. Hall, 日高敏隆, 佐藤信行(訳), かくれた次元, みすず書房, 1970.
- 4 小沢利久, 講義資料”マルコフ連鎖”, 駒澤大学経営学部, 2015.