

7の倍数の見分け方

BV15057 早瀬寛也

平成 28 年 5 月 22 日

※計算ミス等ありましたら加筆修正しますので指摘お願いします。

目次

1	はじめに	2
2	研究	3
2.1	3桁の自然数の場合の判別方法	3
2.2	4桁以上の自然数の場合の判別方法 パターン1	3
2.3	4桁以上の自然数の場合の判別方法 パターン2	3
2.4	6桁の自然数の場合の判別方法	4
2.5	7桁以上の自然数の場合の判別方法	4
3	今後の課題	5
4	参考文献	5

1 はじめに

倍数にはそれぞれ見分け方がある. それをまとめると以下のようなになる.

表: それぞれの倍数の見分け方

2 の倍数	一の位が偶数
3 の倍数	各位の和が 3 の倍数
4 の倍数	下 2 桁が 4 の倍数
5 の倍数	一の位が 0 または 5
6 の倍数	2 の倍数かつ 3 の倍数
8 の倍数	下 3 桁が 8 の倍数または 000
9 の倍数	各位の数の和が 9 の倍数
10 の倍数	一の位が 0

しかし 7 の倍数の見分け方は 2~6 と 8~10 の倍数に比べて見分け方が単純ではない. ではどのようにして見分ければ良いのか. 私は数学の分野で整数の性質について最も興味があるので研究してみた.

2 研究

次の数が7の倍数であることを見分けるには次の5つの方法がある.

2.1 3桁の自然数の場合の判別方法

百の位の数を a , 十の位の数を b , 一の位の数を c とする. ある3桁の数が7の倍数かどうか調べるには,

$$2a + 10b + c$$

が7の倍数になっているかどうかを調べると良い.

例えば, 532 という数の場合には,

$$2 \cdot 5 + 10 \cdot 3 + 2 = 42$$

よって, 42 は7の倍数であるからもとの数532も7の倍数ということになる. では, $2a + 10b + c$ はどのようにして導かれたかということ, 98が7の倍数であることを利用している. ここから100を7で割ると余り2で, 200を7で割ると余り4である. つまり100の位の数が a だとすると, $2a$ 余ることになる. これを下2桁と合わせて判断すれば良い. すなわち十の位の数 b , 一の位の数を c とすると

$$2a + 10b + c$$

で判断することになる.

2.2 4桁以上の自然数の場合の判別方法 パターン1

$1001 = 7 \cdot 143$, すなわち1001が7の倍数であることを利用する. 例えば, 654654が7の倍数であることは自明である.

$$654654 = 654 \cdot 1001 = 654 \cdot 7 \cdot 143$$

つまり, 千の位以上の3桁と百の位以下の3桁が一致していればその時点で7の倍数である.

2.3 4桁以上の自然数の場合の判別方法 パターン2

1. 千の位以上のグループと百の位以下のグループに分ける.
2. 千の位以上のグループと百の位以下のグループに分けた2つの数の差をとる.
3. 求めた差の値が7の倍数ならば, もとの数も7の倍数である.

ここで, 654227 を例にする.

1. 「654」と「227」に分ける.
2. 千の位以上のグループである「654」と百の位以下のグループである「227」の差をとると, $654 - 227 = 427$ となる.
3. この差427は7の倍数である. すなわちもとの数654654も7の倍数と判定できる.

7桁以上の数の場合で, 2.での引き算の結果が4桁以上になることがあるが, その場合は, 3桁以下になるまで1~3.と同様のことを続ければ良い.

2.4 6桁の自然数の場合の判別方法

十万の位の数を a , 一万の位の数を b , 千の位の数を c , 百の位の数を d , 十の位の数を e , 一の位の数を f とすると, 3桁ごとに区切ってできる数は, $M = 100a + 10b + c$ と $L = 100d + 10e + f$ であり, 6桁の自然数 n は $n = 1000M + L$ となる.

ここで, $1001 = 7 * 143$ であるから

$$n = 1000M + L = 1001M - (M - L) = 7 * 143M - (M - L)$$

よって, $|M - L|$ が 7 の倍数または 0 ならば, n は 7 の倍数である.

例えば, $n = 113456$ のとき, $M = 113$, $L = 456$.

よって, $|113 - 456| = 343$ なので 7 の倍数となり, もとの数 n も 7 の倍数となる.

2.5 7桁以上の自然数の場合の判別方法

n を一の位から 3桁ごとに区切り, それらを交互に足して引いてを繰り返してできた数の絶対値が 7 の倍数または 0 ならば, n は 7 の倍数である.

例えば, $n = 55478374$ のとき, $55|478|374$ と区切り, $55 - 478 + 374$ を計算すると, -49 となる. 49 は 7 の倍数であるから, もとの数 n も 7 の倍数である.

3 今後の課題

11 以上の見分けがつきにくい数 (11, 13, 14, ...) の倍数まで拡張して, その倍数の見分け方について研究していこうと思う.

4 参考文献

- [1] 高橋陽一郎, 『数学 A』, 啓林館, 2011.
- [2] 雑木話 #004 7 の倍数の見分け方 - nifty, <http://homepage1.nifty.com/tadahiko/ZOKI/ZOKI-004-0.HTML>, 2016/3/26.