オタクスパイラルの発見と定式化

芝浦工業大学　数理科学研究会
BV14045 長瀬准平

平成 28 年 5 月 22 日

1　研究背景

近年少子化が我が国の深刻な問題として挙げられることは明らかであろう．私自身も芝浦工業大学で生活していく中で, 現実の女性への興味関心の薄れ（それは諦めに近いものでもある）を感じていた．そこで「オタクとして生活することでリアルへの関心を失い, またオタクはそこから抜け出すことは難しいのでは」という仮説を立てた．この現象を**オタクスパイラル**と名付け, その発生条件について研究した．

2　準備

空間内をアイテムが適当に動くとする．しかし, アイテムの挙動は時間に依存しないもの（そのアイテムの現在地点により完全に次の変化量が定まる）とすると時刻の地点を参照して次の地点を決めることができる．

そこで, ある時刻にある地点 $(\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n)$ に存在するアイテムが M 通りの未来を持つものとし, その増分から数列あるいは微分方程式をつくる．その極限あるいは解について考察する．また, このような定式化によりシミュレーションがしやすくなる．

イベントを M 個用意し, それぞれをイベント j と呼ぶ $(j = 0, 1, 2, \cdots, M-1)$．そしてそのイベントによるアイテムの変化量 $(\Delta\boldsymbol{x})$ を $f_{(j)}(\boldsymbol{x})$ で表すとする．

2.1　数列化

$\boldsymbol{x}_{n+1} = \boldsymbol{x}_n + \Delta\boldsymbol{x}_n$ としたとき, 階差数列の性質からこの数列の一般項

$$\boldsymbol{x}_{n(j)} = \boldsymbol{x}_0 + \sum_{k=0}^{n-1} f_{(j)}(\boldsymbol{x}_k) \tag{1}$$

が得られる．ただし, この数列ではイベント j のみを繰り返し適用した結果が与えられることに留意したい (そのために $\boldsymbol{x}_{n(j)}$ とした)．この数列の極限を考えることでイベント j のみで変化したアイテムの挙動が分かるので, これを基本として次節以降の議論を進める．

2.2　微分方程式化

アイテムが一様に空間内に存在している (あるいは場によってアイテムが連続的に動かされている) と見なすことでベクトル場が構成できる．そのために $\Delta\boldsymbol{x}_{n(j)} = f_{(j)}(\boldsymbol{x}_n)$ の $\Delta\boldsymbol{x}_n$ を $\dfrac{d}{dt}\boldsymbol{x}$ と置き換えることで以下の微分方程式が得られる ($t \to 0$ の極限操作である)．

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{x}_{(j)} = f_{(j)}(\boldsymbol{x}) \tag{2}$$

これにより力学系の理論を用いることができ, アイテムの挙動を定性的に調べることができる．

3　研究

前節で準備した基本的な形を元にモデルを構築し, その数列の極限や微分方程式の解について研究した．研究成果については資料を参照されたい．この節ではモデルの紹介だけに留める．まず導入として各イベントの発生確率を $p_{(j)}(\boldsymbol{x})$ と定義しておく．なお, $\displaystyle\sum_{j=0}^{M-1} p_{(j)}(\boldsymbol{x}) = 1$ である．以下では数列のモデルのみ紹介するが, 微分方程式に関するモデルも同様の置き換えで考えた．

3.1　最尤モデル

数列 (1) の $f_{(j)}$ を関数 $\mathfrak{F}$ で置き換えた数列を考える．$\mathfrak{F}$ は $\mathfrak{F}(\boldsymbol{x}) = f_{(j)}(\boldsymbol{x})$ (ただし, j は $\boldsymbol{x}$ について $p_{(j)}(\boldsymbol{x})$ が最も高くなる j) と定義する．

$$\boldsymbol{x}_{n(j)} = \boldsymbol{x}_0 + \sum_{k=0}^{n-1} \mathfrak{F}(\boldsymbol{x}_k) \tag{3}$$

このモデルは一番確率が高いイベントを毎回選択するものとなっている．

3.2　期待値モデル

すべてのイベント結果 $(f_{(j)}(\boldsymbol{x}))$ をそれぞれの確率の重みで平均化したモデル (期待値モデル) を考える．

$$\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{x}_0 + \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{M-1} p_{(j)}(\boldsymbol{x}_k) f_{(j)}(\boldsymbol{x}_k) \tag{4}$$

数列 (1) の $f_{(j)}(\boldsymbol{x}_k)$ を $\displaystyle\frac{1}{M}\sum_{j=0}^{M-1} p_{(j)}(\boldsymbol{x}_k) f_{(j)}(\boldsymbol{x}_k)$ で置き換えた形になっている．関数 $\mathfrak{f}$ は常に一意となるので, 最尤モデルと違い解析しやすいと予測される一方, 関数の和や積が多用されているので数列 (1) などを元に計算を工夫したい．

4　今後の課題

今回の議論を発展させ, 多変量解析などの確率分野のモデルとして応用していきたい．

参考文献

[1] 森真・水谷正大, 入門 力学系–自然の振舞いを数学で読みとく, 東京図書, 2009 年.

[2] 丹羽敏雄, 微分方程式と力学系の理論入門【増補版】, 遊星社, 2004 年.