オークションの戦略考察

芝浦工業大学　数理科学研究会

2016 年 11 月 4 日

※何か不明な点や計算ミス等がありましたら加筆修正しますので指摘をお願いします.

制作: BP15039　澤崎航輔

目 次

1　研究背景

今回の研究の動機としては私の通う芝浦工業大学において開講されている,「社会と数理」の講義を受け, 興味を持ち始めたゲーム理論に関して学びを深めるということ, オークションの仕組みや落札する戦略について興味を持ったことからこのテーマを設定した. なお, 本研究において落札する商品の数は単一に絞る.

2　ゲーム理論について

まずは今回の研究に用いるゲーム理論について紹介する.

2.1　ゲームの要素

まずはゲームに出てくる三要素について紹介する.

プレイヤー ゲームに参加する意思を持ち行動するものをプレイヤーと呼ぶ. プレイヤーは基本的に自分の利得 (効用) を最大化するように行動する (戦略を選択する).

戦略 プレイヤーの行動を戦略と呼ぶ.

利得 プレイヤーがとった戦略の結果として得るものを利得と呼ぶ.

2.2　同時手番と逐次手番

- じゃんけんはプレイヤーが同時に手を出して勝負をし, 後だしは禁止されている. 相手の戦略を知ることなく同時に戦略を選択するゲームを同時手番ゲームと呼ぶ.
- 将棋や囲碁, チェスなどのボードゲームは手番に時間順序がありそれまでの相手の駒の動かし方などは知れている. ボードゲームなどのように交互に戦略を選択するゲームを逐次手番ゲームと呼ぶ.

2.3　支配戦略とナッシュ均衡

相手がどの戦略を選ぼうと, 自分の戦略の中で常にほかの戦略よりも良い戦略がある場合, そのような戦略を支配戦略と呼ぶ. 利得の構造によって支配戦略は存在しない場合がある. ゲームでは各プレイヤーは自分の利得を最大化するように行動する. こうしてゲームに参加するプレイヤーが利得を最大化する戦略を探すことを最適反応と呼び, 各プレイヤーが他のプレイヤーに対して互いに反応している状態をナッシュ均衡と呼ぶ. またナッシュの定理という定理から戦略とプレイヤー数が有限のゲームでは均衡が必ず存在するということが示されている.

2.4　情報

ゲームにおいては情報というものは大きな影響を持つ. 例えば相手の戦略を知ることができたら, 相手の戦略という情報を用いて自分の戦略を選択することができる. 反対に相手に戦略を知られてしまうということは自分が不利になる可能性もある.

- 各プレイヤーが利得や戦略などの情報をお互いに知っている場合を完備情報ゲームと呼ぶ.
- 各プレイヤーが利得や戦略などの情報をお互いに知らない場合を不完備乗法ゲームと呼ぶ.

また, 更に各プレイヤーが互いに知っていることは共通の知識と呼べる. またプレイヤー間に情報の量で差がある場合は情報の非対称性あるという. また相手に持っている情報を開示させる行動をスクリーニング, 自分の持っている情報を相手に見える形で開示させる行動をシグナリングという.

2.5　ベイジアンナッシュ均衡

オークションにおいてはお互いの商品に対する価値がわからないことがほとんどである．というのも相手がどのようなタイプ, どのような戦略を取るのかということも不明である．次のようなゲームを考える．

例 1. 二人のプレイヤーが崖に向かって車を走らせ,, 先にブレーキを踏んだら弱虫だとして負けとなるゲームとする．

戦略 D 絶対に相手よりも先にブレーキを踏まない．

戦略 C 適当なところでブレーキを踏む．

この場合, 二人とも D を選択すると両方とも崖から落下するので低い利得だとする．一方, 片方が D でもう片方が C 戦略を選ぶ場合, D を選択したほうは勝利するので高い利得を手にする．また C を選択したほうも死なないので利得は D を選択したプレイヤーよりは低いが両者が D を選択した場合の利得よりは高くなる．両者とも C を選べば引き分けかつ死なないので上記のような利得となる．このゲームでいたって普通の通常のプレイヤーがこのゲームを行うと次のような利得表となる．しかしこの中に Bull(オス牛, 突っ込む) タイプのプレイヤーと, Chicken(弱

表 1: 弱虫ゲーム

A/B	D	C
D	(1,1)	(4,2)
C	(2,4)	(3,3)

虫) タイプのプレイヤがいる場合は利得表が変化する．Bull タイプは負けるのが死ぬほど嫌いなので利得表が以下のように変化する．この利得表では死んだときと相手に負けたときとの利得表が同じとなる (負けるのが死ぬほど

表 2: 弱虫ゲームの変形

Bull/通常	D	C
D	(2,1)	(4,2)
C	(2,4)	(3,3)

嫌い, ということに合致する)．また Chicken タイプのプレイヤーはブレーキを踏まないことは死ぬほど怖いと考えていることから利得表が以下のように変化する．これは D を選択して相手に勝利した場合でも怖いので利得が

表 3: 弱虫ゲームの変形

Chicken/通常	D	C
D	(1,1)	(3,2)
C	(2,4)	(3,3)

減少していることを表している．このようなゲームにおいて相手が等確率 $\frac{1}{3}$ で 通常 or Bull or Chicken タイプだとする．また自分のタイプはわかるが相手のタイプはわからない．また相手も同様に開いて自身のタイプはわかっており, 相手はこちらが等確率 $\frac{1}{3}$ で 通常 or Bull or Chicken タイプだとわかっているとする．このような共通知識を仮定して次のようにする．

通常プレイヤ 等確率 $\frac{1}{2}$ で D or C 戦略を選択する．

Bulll 必ず D 戦略を選ぶ．

Chicken 必ず C 戦略を選ぶ．

このタイプと戦略の組み合わせは上記のような行動をすると仮定したときに最適反応となる．

このように各タイプの生じる確率分布がわかっていてお互いに最適反応となっている場合の戦略の組み合わせをベイジアンナッシュ均衡と呼ぶ．相手のタイプが正確にわからない場合でもどのタイプがどのくらいの確率で生じるかをわかっているのであれば, ナッシュ均衡に近い均衡を定義することができてそれをベイジアンナッシュ均衡と呼ぶ．このベイジアンナッシュ均衡が成立するには各タイプの生じる確率がお互いに共通知識となる必要がある．

3　オークションの仕組み

この章ではオークションの用語や仕組みなどについて紹介する.

3.1　オークションの基本

本研究においては基本的には買い手について考察することにする. よってプレイヤーは買い手複数人とする. そうすると, オークションにおける戦略は「現在価格の x 円上乗せして入札する」,「自分の価値よりも x 円高く入札する」などの戦略を考えることができる. 値段を決める際に重要になる要素が商品に対する評価価値というものである. ある商品 (財) が出品されているとしてその商品に対する価値は個人によって異なるがこの個人個人の価値を商品に対する評価価値とする. この評価価値を用いるとオークション参加者の利得を計算することができる.

- 商品を落札できなかった参加者は商品を入手することはできないがお金も払っていないために利得は 0 とすることができる.
- 商品を落札した参加者は以下の式に基づいて利得を計算することができる.

$$\text{落札者の利得} = \text{個人の価値} - \text{落札価格}$$

よって落札者の利得を最大化するには落札価格をできるだけ低い状態で落札する必要がある.

3.2　公開式オークションと封印式オークション

オークションの方式は複数種類存在するがそれを大きく分けると現在の価格や参加者の状況などの情報が買い手全員の間でわかり, その情報が逐次的に更新されていくオークションを公開式オークションという. 一方で互いの情報などを公開せず, 全員の入札額が定まってから一斉に個人の入札額を表明する方式を封印式オークションという. この 2 つのオークション方式に関して更に細かく分類された方式について紹介する

3.2.1　公開型オークション：競り上げ方式

公開型競り上げ方式 (イングリッシュオークション) は低い価格からオークションを始め, オークション参加者の間で価格を上げていき, 参加者が最後の一人になったらその時点での価格で落札する方式である. 競り上げ方式ではその時点での価格や他の人がどの価格で入札をしているか, 誰がオークション参加に続行しているかという情報が参加者同士で開示されている. オークションによっては即決価格 (最高価格, 終了価格) を設けたりしている.

3.2.2　公開型オークション：競り下げ方式

公開型競り下げ方式 (オランダ方式) は高い価格からオークションを始める.

- もしもその時点の価格で落札者がいればその時点の価格で落札する.
- もしもその時点の価格で落札者がいなければ価格を下げて再度落札希望者がいるかを確認する.

競り下げ方式では落札者がいる時点で落札されてしまうために情報の価値は低い. というのも過去の辞典での情報を次の場面の約田につことはほとんどないからである. 手に入る情報は「x で買う参加者はいない」ということであり,「A さんは y 円で買う」という情報はないために利得を最大化して確実に商品を落札することは難しくなる.

3.2.3　封印型オークション：第一価格方式

封印型オークション第一価格方式とは全員の入札額を一斉に公開した後に入札額が入札額が一番大きい人がその人の入札価格で落札する方式である. 封印型なので情報は無いために, 自分の商品に対する評価価値と思考を総合的に踏まえて入札額を決定することになる.

3.2.4 封印型オークション：第二価格方式

封印型オークション第二価格方式とは全員の入札額を一斉に公開した後に入札額が一番大きい人が二番目に高い価格で落札する方式である．封印型で他人の価格がわからない上に二番目に高い価格を支払うので各プレイヤー間の戦略次第では安く確実に落札できれば大損を食らう場合もあり，第一価格方式よりやや複雑味が増す．

3.3 オークションの効用

3.3.1 期待値：不確実性

例 2. さいころを 1 回降って出た目の 6 倍の金額がもらえるとする場合の期待値を E とすると

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{6}\left(\sum_{n=1}^{6} n\right) \times 6 \\ &= 21 \end{aligned}$$

と計算できる

この試行を繰り返す場合は大体 21 円くらいもらえることになる．より一般的には p_i を確率, x_i を確率変数とすると

$$\text{期待値} = \sum_{i=0}^{n} x_i p_i$$

である．

3.3.2 サンクトペテルブルクの逆説

例 3. 裏表のあるコインを投げる．

- コインを投げ表なら表なら 2 円をもらいさらにもう一度投げることができる (任意)．裏が出た場合は負けとなり賞金を没収．
- もう一度コインを投げて表なら 2 倍の賞金 4 円をもらい更にもう一度投げることができる (任意)．裏が出た場合は負けとなり賞金を没収

というゲームを行うときにどの程度の参加費用が望ましいか．

という問題である．この勝ったら 2 倍にして任意でもう一度挑戦可能, 負けたら賞金を没収してゲーム終了というものがある．このゲームの気体を計算してみるとその期待値を F として

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{8} \times 8 + \cdots \\ &= 1 + 1 + 1 + \cdots \\ &= \infty \end{aligned}$$

と期待値が計算できる．この勝負で勝ち続けることができればお金持ちになれるが期待値 ∞ からとても高い参加費用にした場合にその参加費用が安いと言えるか否かということである．例えば参加費用が 10 円だとすると元を取るには 4 回勝つ必要がある．4 回連続で勝利できる確率は $\frac{1}{16}$ となっている．また参加費用を 2000 円とすると元を取るには 11 回連続で勝利する必要があるが 11 回連続で勝利できる確率は $\frac{1}{2048}$ となる．このゲームで期待される期待値は ∞, つまり無限に金を得ることができるかもしれないが, 大金を手に入れる場合はとてつもなく低い確率が出ることを祈るしかない．この賭けは不確実と言える (大金を確実に手に入れることはできない)．

オークションでは貨幣の価値を貨幣に対する効用というように考えて期待値ではなく期待効用として行動の基準を考慮することで戦略を組み立てやすくなる．

3.4　リスクの回避について

超機械的にオークションにおける戦略を決定することもできればリスク状況についての考察を用いて戦略を決定する場合もある.

例 4. 2 つの箱がある. 1 つの箱 A には 5 万円が入っており, もう 1 つの箱 B には $\frac{1}{2}$ の確率で 10 万円が, $\frac{1}{2}$ の確率で何も入っていない. 参加者はこの 2 つの箱のうちどちらか 1 つのみを選択することができる. この状況での期待値を計算する. 箱 A を開ける場合の期待値を E_A, 箱 B を開ける場合の期待値を E_B とすると

$$E_A = 50000 \times 1 + 0 = 50000$$
$$E_B = 100000 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2} = 50000$$

となり, 期待値は同じとなる (効用は同じになるとは限らない).

この状況での箱の選び方によってリスクに対してどのように考えているのか, ということについて考察可能になる. この例題ではお金が手に入らないということをリスクとして定義すれば次の 3 つのように定義できる.

3.4.1　安全志向 (リスク回避思考)

この試行で箱 A を選ぶ人はリスクを回避しようとしていると言える. この場合では

箱 A を選択した場合の効用 > 箱 B を選択した場合の効用

となる. リスクを回避する傾向のある者についての効用の関数 (リスク回避効用関数) は次のようになる.

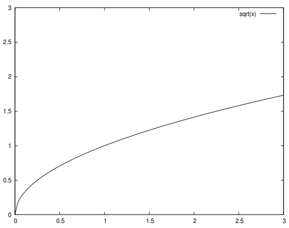


図 1: 安全思考の効用関数

3.4.2　ギャンブル指向 (リスク愛好思考)

この試行で箱 B を選ぶ人はリスクを愛好していると言える, この場合では

箱 B を選択した場合の効用 > 箱 A を選択した場合の効用

となる. リスクを愛好する傾向のあるものについての効用の関数 (リスク愛好効用関数) は次のようになる.

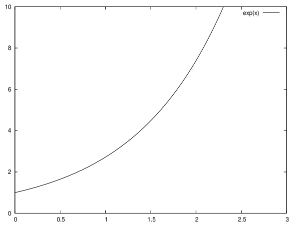


図 2: ギャンブル思考の効用関数

3.4.3　リスク中立思考

この試行で箱 A でも箱 B でもどっちでもいいと考えている人はリスクに対して中立していると言える．この場合では

$$\text{箱 A を選択した場合の効用} > \text{箱 B を選択した場合の効用}$$

となる．リスクに対して中立的な傾向ある人についての関数 (リスク中立効用関数) は次のようになる．

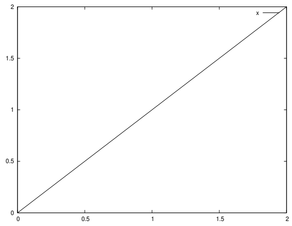


図 3: リスク中立の効用関数

4　基本オークションの戦略

ここでは基本的な 4 種類のオークションの戦略を考察する．今回の検証ではゲームのプレイヤーはオークションにおける買い手側に限定する (売り手の利益などは考慮しない)．戦略は方式により異なる．利得に関しては一律して

$$\begin{cases} \text{落札者の利得} & = \text{評価価値} - \text{落札価格} \\ \text{非落札者の価格} & = 0 \end{cases}$$

として定義する．更に買い手の数が多すぎると考察が難しくなるので少ない人数での検証とする．またゲームの繰り返しや時間によらずに評価価値は変化しないものとする．

4.1　競り上げ方式での戦略

競り上げ方式オークションでは各プレイヤーは基本的に各々の評価価値を超えない範疇で入札を継続しようとする．利得を最大化するように働くという最適反応をする前提では, 評価価値を超えた場合はそれ以上入札することはなくなり, そのオークションから脱落する．全てのプレイヤが最適反応をする場合は誰かひとりが他の買い手全員の評価価値を上回ることになり, 自分を除いた参加者の評価価値の最大値 $+\alpha$ で落札をすることになる ($\alpha \geq 0$).

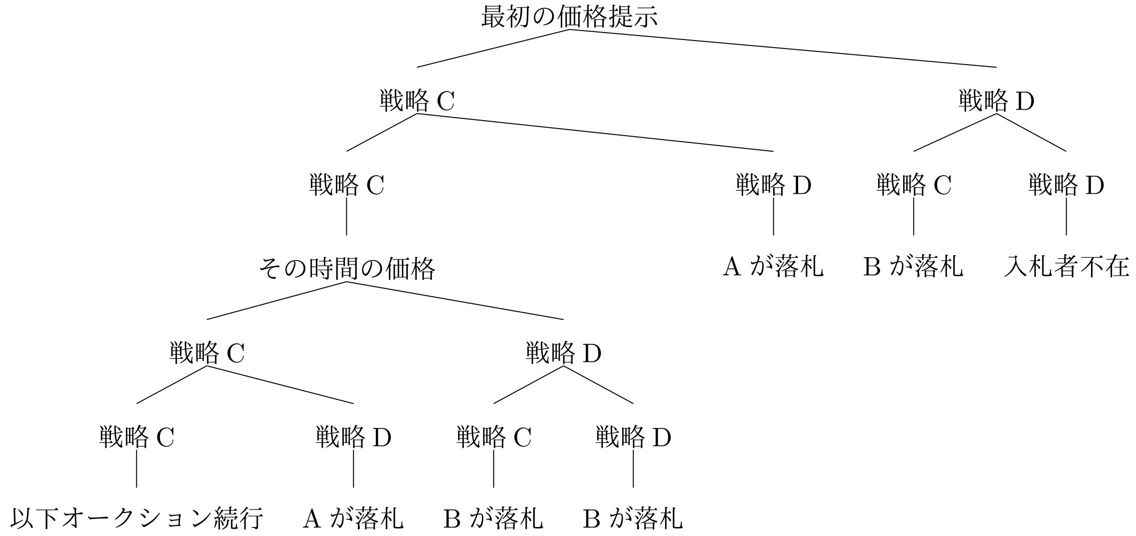
4.1.1　2 人での基本競り上げオークション

リスクに対して中立的な参加者 2 人として考察する．参加者 A, B の 利得を p_A, p_B, 財に対する評価価値を m_A, m_B とする．また参加者の戦略を下のように定義する．

戦略 C　現在の価格よりもほんの少しだけ高い価格で入札をする．

戦略 D　入札をしない．

このように戦略を定義された場合の一番簡単な木構造でゲームを表現すると次のように表現できる．まずはプレイヤー A が行動し, プレイヤー B が次に行動するとする．すると繰り返しゲームとして考察できる．



A と B 両者は最適反応を行うために現在価格 r が各々の評価価値 m_A, m_B を下回る限り戦略 C を取ることで入札を継続する．このゲームは繰り返すうち現在価格 r が単調増加し, 各々の利得は

$$\begin{cases} p_A &= m_A - r \\ p_B &= m_B - r \end{cases}$$

と表現されるので利得は単調減少する．現在価格 r は戦略 C を選ぶ回数 c により単調増加し, 利得 p_A, p_B は r によって単調減少するので利得は戦略 C が選ばれる回数に依存することになる．このゲームが終了する条件は $p_A < 0$ もしくは $p_B < 0$ のどちらか 1 つが成立することである．正の数 α を用いて落札価格を r_{last} として入札の上乗せ金を一定という条件とすると

- $m_A > m_B$ の場合, プレイヤー B が先に戦略 D を戦略することによりプレイヤー A が $r_{last} = m_B + \alpha$ で落札する.
- $m_B > m_A$ の場合, プレイヤー A が先に戦略 D を戦略することによりプレイヤー B が $r_{last} = m_A + \alpha$ で落札する.
- $m_A = m_B (= M)$ の場合
  - A 入札直後に $r > M$ を満たすと, 次に B は D 戦略を選択するので A が落札する.
  - B 入札直後に $r > M$ を満たすと, 次に A は D 戦略を選択するので B が落札する.

もし入札上乗せが一定でなければ戦術的に上乗せ金を変更することで上記のようには進まなくなってしまう．

競り上げ方式では個人の評価額を超えない範囲で毎回の上乗せ金額を少額に抑え続けながら入札を繰り返すことで, 利得の損失をできる限り抑えていずれの参加者が落札する．

4.1.2　リスクの回避を考慮した 2 人競り上げオークション

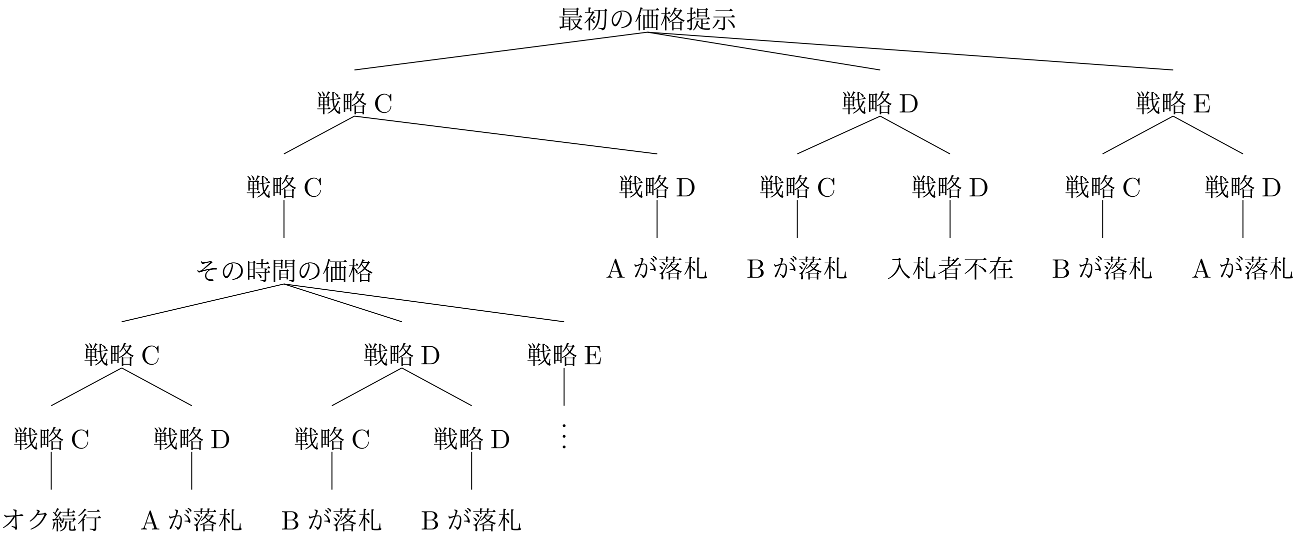
次に参加者のどちらか一人 (今回は参加者 A) がリスク回避思考のプレイヤーだと仮定する．競り上げオークションにおけるリスクを「商品が落札できない」こととする．今回のリスク回避を考慮した戦略を以下のように定義する．

戦略 C 現在価格よりもほんの少しだけ高い価格で入札する．

戦略 D 入札をしない．

戦略 E 自分の商品に対する価値よりも高い価格で入札する．

戦略 E はリスク回避思考独特の戦略になる．参加者 A は商品を落札できないリスクを何としても回避するために戦略 E を取ることができる一方でリスクに対して中立的な参加者 B はどのような状況においても戦略 E は選択しないものとする．このゲームは戦略 E が選択されるタイミングが定まらないことに気を付けたい．前回と同じように木構造に書き出す．行動順序は A, B と行動して戦略を選択して実行する．



プレイヤー A が戦略 E を選択する場合には相手の評価価値を超えるか否かで決定される．もし戦略 E を実行したタイミングで相手の評価価値を超えることができれば落札ができるし, 相手の評価価値のほうが高い場合は自分は落札することができない．また, この設定においてもプレイヤー A がリスク回避思考では無い (落札できないことをどうしても避けたいわけではない) 時は利得 0 以下になってしまう戦略 E を選ぶことはなく, リスク回避を考慮しない場合と同じになる．

4.1.3　コツコツ入札か評価価値を一気に入札か

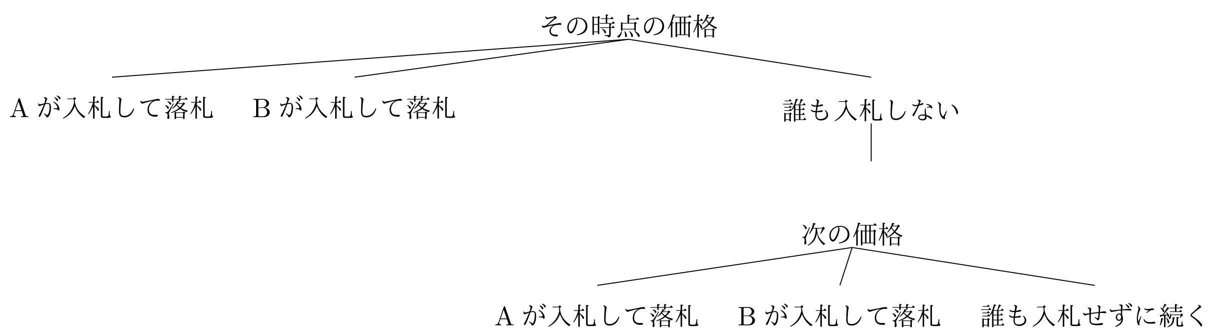
特別な場合を想定しない単純な競り上げ方式においては, 入札する方式を 2 つ考えられる．

- 最低入札単位でコツコツと入札する．
- 自分の評価価値の価格で入札する．

単純な場合を想定すれば自分の評価価値で入札することは自分の利得を 0 にしてしまう戦略ととらえることができる．一方でコツコツと入札する場合は利得は少しづつ減少していくが, 落札できる場合 (自分の商品価値が相手の商品価値より高い場合) は利得を 0 になることを避けれる可能性がある．このことから単純な場合を想定した競り上げ方式ではコツコツ入札する方法が良いと考えられる．

4.2　競り下げ方式での戦略

次に競り下げ方式における最適な戦略を考察する．前述したように競り下げ方式において, 得られる情報は自分の戦略に関与するような情報を得る機会はほぼない．というのもその時点ではこの参加者は落札しない, という情報しか得ることができない．参加者が複数いる場合はゲームの展開表は以下のようになる．



この方式で落札をする場合, その時点での提示価格が自分の評価価値よりも低いときに入札しなければ利得を + にすることはできない．そして評価価値の時に入札すれば利得 0 で商品が手に入る．単純に利得を増やす場合には待つことのできる限りで最大限価格が下がるまで待ち続けてから落札することで利得を最大化できる．競り下げ方式において, 利得 p を $p \geq 0$ の条件で落札するのであれば商品に対する評価価値を一番高くつけている人が商品を落

札することになる. また, 競り下げ方式においては自分の落札タイミングを左右できるような有益な情報 (他人の評価価値) は得られない. また競り下げ方式においてのリスク回避型戦略は次のように定義できる.

戦略 E： 自分の評価価値よりも高い段階で入札を行う.

この戦略 E を選ぶことで落札できないというリスクを回避できる一方, 利得的には損をする形となる. もちろんこの戦略 E は最適戦略にはならない.

4.3　第一価格方式での戦略

第一価格方式おいては封印型オークションである. それによって公開型の競り上げ方式, 競り下げ方式よりも更に情報が限定される. 第一価格方式においては支配戦略は存在しない. 自分の入札した値で落札するので他の参加者のリスク思考やその戦略に依存することになる. 正, プレイヤーの商品に対する評価価値の分布に適当な仮定を置くとベイジアンナッシュ均衡を求めることができる場合がある. ベイジアンナッシュ均衡は入札者が N に存在する場合は

$$\begin{aligned}\text{ベイジアンナッシュ均衡} &= \frac{N-1}{N} \times \text{評価値}\\ &= \left(1 - \frac{1}{N}\right) \text{評価額}\end{aligned}$$

を入札するのがベイジアンナッシュ均衡となる. ベイジアンナッシュ均衡はオークションの参加人数 N が多いほど各々の参加者の評価額に近づいていくので, オークション参加者が多い場合の第一価格方式において利得も少なくなっていく.

4.4　第二価格方式での戦略

第二価格方式も同様に封印型である. 一番目に高い価格で二番目に高い価格で落札するので最適な戦略は第一価格の場合と異なる. 最適な戦略は次のようになる.

最適戦略 自分の商品に対する評価価値の価格で入札をする.

これは自分が勝者となった場合でも自分の入札額で落札するわけではなく, 二番目に高い価格で入札することから第一価格方式とは違った戦略が最適となる. 第一価格方式においては自分が落札できる限りで入札額を低くすれば, その分利得を増やすことができる. 一方で第二価格方式においては, 自分の入札額を低くしても支払額は減らず, その結果として利得は増えない. また, 自分の入札額を高くすると赤字が出る可能性がある (他の参加者がすべて自分の商品に対する評価価値よりも低い商品価値を持っていれば利得は出るが) ので最適な戦略としては自分の商品に対する評価価値の額で入札することが最適となる.

5　インターネットオークションの考察

最後にインターネットオークションについて考察する. 今あるインターネットオークションでは

- イーベイ
- Yahoo オークション
- 楽天オークション

などがある.

5.1 インターネットオークションの特徴

一般的にはインターネットオークションについては次のような特徴を持つ.

- インターネットオークションの価格表示は第 2 位の価格を表示している. つまりオークションの頁で表示されている価格 (第 2 位価格) は

$$\text{第 2 位価格} \leq \text{第 1 位価格}$$

  である. 第 1 位価格と第 2 位価格が同様の場合は第 1 位価格が表示される.

- 第 1 位価格は隠されている. よって第 2 価格を見て入札を決める.

- インターネットオークションは自動入札機能がある. 自動入札機能とは第 1 価格よりも低い入札額で入札した場合に場合に, 他の人に入札されたらその入札額に最小入札単位を上乗せして再度自動で入札をする機能である.

  例 5. 最小入札単位を 10 円, 現在 1 位価格を 500 円, 現在 2 位価格を 100 円とし, 1 位価格の保持者を A とする.

  – この場合別の参加者 B が 110 円で入札した場合, 自動入札機能が働き, 参加者 A はさらに最小入札単位を上乗せした 120 円で再度自動的に入札をする.
  – 別の参加者 C が 510 円で入札をしたとする. この場合現在 1 位価格 500 円よりも高い価格であるので, 参加者 C が最高額の入札者となる. また第 1 位価格は 510 円, 第 2 位価格は 500 円となり, オークションのページで表示される価格は第 2 位価格の 500 円となる.

  また支払う価格は第 2 位価格を落札額として支払う.

- 売り手側は買い手の入札を拒否することができる. また買い手側はある条件の下で入札を撤回することが可能である.

主な特徴は以上のようである. またオプションとして

- 最低価格を自由に設定できる.
- 最高価格 (即決落札価格) を設定できる.
- 売り手は任意のタイミングでオークションを終了できる.
- 売り手はオークションの開催期間を自由に設定できる.
- 自動延長機能を用いることができる.

などがあげられる. インターネットオークションは基本オークション理論から構成されている.

5.2 インターネットオークションにおける戦略考察

インターネットオークションでは特徴として第 2 位価格が表示され, その第 2 位価格が落札額になることを述べた. また自動入札機能や最低価格, 最高価格, 自動延長機能などにより取るべき戦略は異なってくる. インターネットオークションでは第 2 価格で落札するので基本的には自分の評価額で入札をし, 後は待つだけで利得が期待できる.

単純な最適戦略 自分の商品に対する価値 (価格) を入札額として入札し後は待つ.

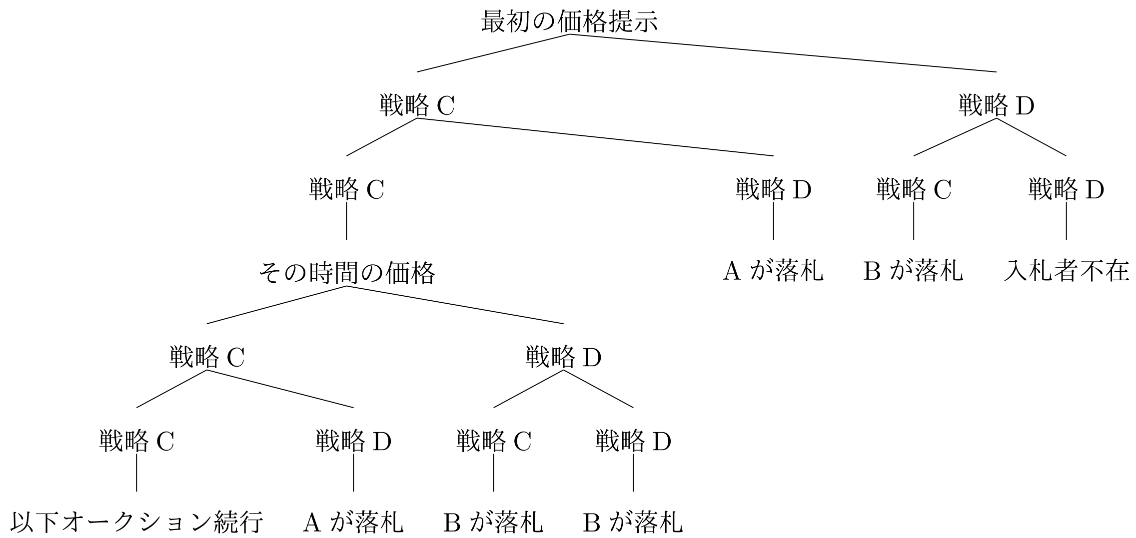
しかし, 実際に参加者は自分の商品に対する価値がわかっていなかったり, オークションの状況や参加者の気持ちなどによって左右されてしまう. その結果として

- 早期入札
- 競り上げ競争

- 狙い撃ち入札

などといった状況が起こり得る. 競り上げ競争とは, オークションの参加者が入札を繰り返すことで, 商品の落札価格が上がることである.

例 6. 公開型 : 競り上げ方式を例にして考える (インターネットオークションではないが). ここで 2 人の参加者を考え, 2 人とも落札価格がおのおのの商品に対する評価価値を超えるまで入札を繰り返すものとする.



この場合ではどちらかの参加者が入札をやめてオークションから降りない限り, 落札価格はどんどんと上がっていく. 単純な場合を考察するとこれは競り上げ競争ともいえる.

5.2.1 早期入札

早期入札とはオークションが始まった早い段階で入札を行う行為である. 早期入札は他社をけん制するような用途で用いられる. けん制をすることにより, 競り上げ競争を避ける狙いがある.

例 7. 少なくとも 2 人以上の参加者が参加して, かつ, その参加者たちは早期に入札を行うものとする.

- 仮に早期の入札がない場合は終盤に競り上げ競争が発生する可能性がある.
- もしも早期に高額の入札がなされている場合, 高い表示価格によって参加者が少なくなり, 競り上げ競争を回避できる場合がある. 表示価格 (落札価格) が高ければ当然各参加者の利得は少なくなり, もし自分の商品に対する価値よりも落札価格が高くなってしまえば得られる利得としてはマイナスを取るので機械的には参加者は落札を諦めることになる.
- 早期に高い価格を入札しておくことは高い価格を武器とした脅しともいえる. ただし, 自分の情報を開示することになるので, 結果として競り上げ競争を招く場合もある.

上をまとめると早期にある程度高い入札価格を見せつけることで早期からライバルを追放するという作戦である.

5.2.2 狙い撃ち入札

狙い撃ち入札とはオークションの最終盤, つまりオークションの終了直前を狙い, 入札を行い落札を狙う行為である. 終盤を狙って入札することもまた, 競り上げ競争を避ける 1 つの手段となる.

- オークションの早期に入札をする早期入札では自分の情報を他人に与えることになる. オークションの商品自体は第 2 位の価格を表示するが, それにより多少なりとも他の参加者に自分の情報を開示することになる.
- オークションの終盤で狙い撃ちをする場合, 自分の情報を他の参加者に対して, 隠しておくことができる.

また終盤に入札をする人の傾向 (非戦略的なもの) としては

- 買い手は入札を先延ばしにしようとする. 決断を遅らせようとする.

- 買い手の商品に対する評価価値は時間に経過とともに上昇する (賦存効果).

賦存効果を簡単に説明すると, 人はあるものを所有しているときよりも, 所有していない時の方がそのものに高い価値があるとみなす効果である. これにより終盤に商品価値を見誤る可能性もある.

5.3 利得を多くするには

インターネットオークションにおいて商品を落札したときに, 最終的な利得を多くする方法を考える. まずは早期入札と狙い撃ち入札についての特徴を簡単にまとめる.

早期入札 早期にある程度高い価格で入札をすることで他社をけん制し, 競り上げ競争を回避する. ただし, 自分の情報を公開していくことになり, 場合によっては帰って競り上げ競争を誘発する.

狙い撃ち入札 オークションの終盤になってから, 入札をする. 終盤になってから入札を開始するので自分の情報を公開することにならず, また競り上げ競争となる可能性を抑える.

早期に入札をする場合, ある程度高い価格で一気に入札をすることになる.

- 仮に他の参加者が早い段階であきらめるれば, 高い利得を維持することができる. しかし, 降りない参加者がいればその参加者との競り上げ競争が始まることになる.
- 早期に入札をする場合, 自分の情報を開示し, 自分が不利になるしさらに競り上げ競争が発生する可能性がある. もし, 追い出せずに競り上げ競争が始まれば早期入札の作戦は失敗となる.
- 落札できないというリスクを回避したいリスク回避思考の場合, 早期入札を失敗して競り上げ競争が発生してしまうと, 自分の利得を自ら小さくしてしまうことになる.

次に狙い撃ち入札戦略について考察する.

狙い撃ち入札をする場合, 次に様なことになる.

- ライバルにとって有利になる情報を隠しておくことができる. これにより自らが競り上げ競争を起こす可能性を抑えられる.
- 現在の入札額を見て戦略を変更することができる.
- 賦存効果により商品価値を見誤る可能性もある.

早期入札と狙い撃ち入札を比較する場合, 情報を公開することになり, 自らが競り上げ競争を誘発する可能性のある早期入札よりも, ある程度情報を得てから戦略を練り入札をする狙う撃ち入札が賢いともいえる.

例 8. 2 人の参加者 A, B を考え, それぞれ商品に対する価値 M_A, M_B をそれぞれ $M_A = 500$, $M_B = 300$ とする. 入札単位は 10 とし, 開始価格は 100 とする. また早期入札をした場合は確実に相手に気づかれるとする.

- 仮に A, B 双方ともリスクに対して中立的であるとする. 中立的である場合に
  - A が早期に 500 で入札をするとする. このとき, 第 2 位価格を表示するので参加者 B は 300 まで入札をするが, 300 を超えると利得がなくなるのでそこで入札をやめて価格 300 で A が落札する.

$$\text{A の利得} = 200$$

  - A, B ともに狙い撃ちをするとする. A がオークション終盤に 500 で入札をする. 仮に B が時間的に間に合わなかった場合は落札価格 100 で A が落札し, 仮に B に気づかれた場合でもリスク中立的であれば 300 で打ちと目になるので参加者 A の利得は最低 200 が保証され, 最高で 400 となる.

$$200 < \text{A の利得} < 400$$

- 仮に B が落札できないことをリスクとするリスク回避思考の参加者とする.

– もしも A が早期入札すると, B は落札できるように 300 という価値を超えても入札を行う場合がある. この場合に A の利得を考えると最高の利得は 200 となり, B の入札状況によっては競り上げ競争が始まり, A の利得が双方リスク中立型の場合に比べて低くなる可能性がある.

$$\text{A の利得} \leq 200$$

– もしも A, B が狙い撃ちをする場合, A がオークション終盤に 500 入札をする. 仮に B が時間的に入札に失敗すれば開始価格の 100 円で落札し利得 400 を得る. B に気づかれた場合は競り上げ競争となるので利得は以下のようになる.

$$\text{A の利得} \leq 400$$

もしも A がその時点で獲得できる利得が 0 以下となった場合, 即座にオークションから降りると仮定する. また B はリスク回避思考とする. 最小単位は 10 だがその場合に B が B の評価価値 300 を超えて $300 + 10n$ で入札する確率は p で同じとする.

- A が早期入札をする場合, B の支払う額を考える.

310	320	$\cdots$	500
p	p	$\cdots$	p

この想定している場合では $p = \frac{1}{20}$ となる. B の入札額の期待値を計算すると

$$\begin{aligned}\text{期待値} &= \sum_{n=1}^{20}(300 + 10n)p \\ &= \sum_{n=1}^{20} 300p + \sum_{n=1}^{20} 10np \\ &= 6000p + 2100p \\ &= 8100p = 405\end{aligned}$$

となり B は平均で 405 円払うので A の期待できる利得は

$$\text{期待できる利得} = 500 - 405 = 95$$

となる. また A が狙い撃ち入札をしてから気づかれた場合で, 入札を繰り返す時間が十分あれば上記に様になる.

- A が狙い撃ち入札をし, B が気づかない, もしくは入札を繰り返す時間が不足する場合も含めて考える (不足して高い金額を入札するかもしれないし入札できないかもしれない) と

110	120	$\cdots$	500
p	p	$\cdots$	p

となり, 払う金額の確率が一定ならば, 確率 $p = \frac{1}{40}$ となる. B の支払う額の期待値を計算すると

$$\begin{aligned}\text{期待値} &= \sum_{n=1}^{40}(100 + 10n)p \\ &= \sum_{n=1}^{40} 100p + \sum_{n=1}^{40} 10np \\ &= 4000p + 8200p \\ &= 12200p = 305\end{aligned}$$

となるので A の期待できる利得は

$$\text{A の期待利得} = 500 - 305 = 195$$

となる.

以上の考察から一定の条件を仮定したうえでは, 早期入札よりもオークション終盤を狙った狙い撃ち戦略を選択する場合の方が利得は期待できる.

更に上記の例題で気づかない確率 p_1 を $p_1 = \frac{1}{2}$, 気づく確率を $p_2 = \frac{1}{2}$ とし払う金額を一定とすると払い方は 40 通りなのでそれぞれの額を支払う確率 p は $p = \frac{1}{80}$ となる. 関係式で表すと

$$\begin{aligned} P &= p_1 + p_2 \\ &= p_1 + \sum_{n=1}^{40} \frac{1}{80} \\ &= p_1 + \sum_{n=1}^{40} p\prime \end{aligned}$$

である ($p\prime = \frac{1}{80}$ とした).

$$\begin{aligned} \text{B の入札額期待値} &= \sum_{n=1}^{40} (100 + 10n) p\prime \\ &= 12200 p\prime \\ &= 152.5 \simeq 153 \end{aligned}$$

となり A の期待できる利得は

$$\text{A の期待利得} = 500 - 153 = 347$$

となり, B が気づかなければ更に利得の上昇が期待できる. $p_2 \to 0$ として気づかない場合を考察すれば B の支払う金額の期待値は 0 になるので A が終盤に狙い撃ち入札をし, B が気づかない場合が最高の利得を期待できることもわかる. これらの議論だけから結論を言うと狙い撃ちでオークションに参加すると利得は期待しやすくなる.

参考文献

[1] 清水武治, ゲーム理論の基本と考え方がよーくわかる本, 秀和システム, 2013 年.

[2] 今井春雄, 岡田章, ゲーム理論の応用, 勁草書房, 2005 年.

[3] 渡辺隆裕, ゼミナール：ゲーム理論入門, 日本経済新聞出版社, 2008 年.

[4] 横尾真, オークション理論の基礎 ゲーム理論と情報科学の最先端, 東京電機大学出版局, 2006 年

[5] ケン・スティグリッツ (Ken Steiglitz), オークションの人間行動学 最新理論からネットオークション必勝法まで, 日経 BP 社, 2008 年

[6] 中井豊, 芝浦工業大学システム理工学部：システム情報科目「社会と数理」, 講義ノート (2016 年度前期)