流体と気象解析

芝浦工業大学　数理科学研究会
小池智人

平成 28 年 11 月 4 日

1　研究背景

気象解析については既存のデータから気象を予測していくことになるが, 取りうるデータの偏りに影響して, それらが完全に解析されているわけではない. しかし, 自然現象を数学的に表すことが可能であることから, 気象解析における理論も存在している. それらを用いてどこまでの精度の予測が可能か気になったことから学習してみたいと考えた. 今回は, 数学的手法の方に重きを置いて考えてみたい.

2　流体力学と気象解析

気象解析は, 風速場解析, 水蒸気解析, 気温解析, 収支解析, 時間 · 空間変動の解析等をそれぞれに対して行い, それらの結果を総合的にまとめ, 考察し, 予測していく. 各解析に関しては流体力学の知識をもって考察することができ, 今回もその手法に従って考えていく. 但し, ある地点に対して考えたとき完全に安定しない気圧傾度力やコリオリ力を踏まえて風速場の時間的変化を考える必要がある.

2.1　Navier-Stokes 方程式と風速場解析

流体における非圧縮性の運動方程式を考える. 流体の粒子の点を (x, y, z) とおき, これに対し時間軸 t を踏まえた $U(x, y, z, t)$ について方程式をつくると,

$$\rho(U_t + U \cdot \nabla U) = -\nabla p + \mu \nabla U, \quad \mathrm{div} U = 0 \tag{1}$$

が得られる. 但し, ρ を質量密度, p を圧力項, μ を粘性係数, div を U の発散量として表している. (1) を Navier-Stokes 方程式といい, この方程式をもとに解析を行っていく.

まず, 風速場解析について考える. 風は運動方程式で表すことができるので, 摩擦力を無視して記述すると, (1) より,

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial p} = fv - g\frac{\partial z}{\partial x}$$
$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial p} = fu - g\frac{\partial z}{\partial y}$$

となる非線形偏微分方程式が得られる. また, 連続式から,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial p} = 0$$

が求められる. また, 流れの回転量を示す渦度 ζ や発散 D について考察する必要があり, それらは次で表すことになる.

$$\zeta = \lim_{S \to 0} \frac{1}{S} \oint v_t \, ds, \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

但し, S は 2 次元流体の面積素分である.

2.2　水蒸気, 気温, 成層安定性の解析

水蒸気の分布は大気の層により空気の鉛直運動が作用して変動することになる. そこで, 水蒸気量を表現していくことで水蒸気圧 e, 水蒸気比湿 q, 下降水量 P に対してそれぞれを考慮した上で, 発散 · 収束について解析していく.

時間的 · 空間的に変化する気象の様子から循環系の構造や時間発展過程を理解するために気温解析を行う.

大気成層の解析は天気 · 天候と強く関連している. そこで, 大気の安定度, 不安程度の時間的変化も考察する.

これらの解析に対してもそれぞれは流体として考えることができるので風速場解析と同様にして Navier-Stokes の公式を用いた解析を行うことができる.

2.3　収支解析 (budget analysis)

ある物理量の時間的変動の過程を調べるには, その変動を記述する方程式が導く大きさから評価する. 観測データに基づく解析であり, 観測された現象を時間変動の過程を知ることができる. 但し, それ自体が直ちに現象のメカニズムを説明するものではない.

ある物理量 a の実質的時間変化 da/dt は (1) から,

$$\frac{da}{dt} = \frac{\partial a}{\partial t} + u\frac{\partial a}{\partial x} + v\frac{\partial a}{\partial y} + w\frac{\partial a}{\partial p}$$

と書かれる. これから, a の実質的変化を求めることで前述で行ったそれぞれの解析に対する収支を見ることができる.

3　今後の課題

自身の学習不足により, 流体力学と気象解析の両者について充分な理解が得られなかったため, 今後として全体的な把握と両者を統括する考えをより深める必要がある. また, 気象解析の手法と統計学をもとに実際にシミュレーションしていきたい.

参考文献

[1] 垣田高夫 · 柴田良弘, ベクトル解析から流体へ, 株式会社日本評論社, 2007 年.

[2] 中山司, 流体力学 非圧縮性流体の流れ学, 森北出版株式会社, 2013 年.

[3] 二宮洸三, 気象解析の基礎, 株式会社オーム社, 2005 年.