

株の投資とかなんちゃら

芝浦工業大学 数理科学研究会 平澤正太

平成 30 年 11 月 3 日

概要

株の投資理論を勉強してみた。どのように証券投資を行うのがベストな選択なのかをリスクとリターンを定義し、数式を用いて考察してみたのでこれを発表する。

1 研究背景

テーマに至った理由は、お金が欲しかったからである。夏休み中に何かとお金が欲しくてたまらなくなった僕は証券投資論について学ぶことにした。

2 投資理論の基礎知識

最適なポートフォリオ構築の解を与える Capital Asset Pricing Model を理解するための元となる定義と問題を確認する。

2.1 ポートフォリオ構築について

投資論におけるポートフォリオとは金融資産の構成を指す。すなわち複数ある銘柄をどのような配分で保有するかといったところだ。

2.2 リスクとリターンの定義

株価は変動する。今の時点で価格を P_0 として時刻 T で価格を P_T とする。このとき収益率 R を以下の式で定義する。

$$R = \frac{P_T - P_0}{P_0}$$

これは、単位投資金額当たりの利益を表す。収益率の期待値を μ としよう。するとリスクは以下の式で与える。

$$\sqrt{V[R]} = \sqrt{E[(R - \mu)^2]}$$

すなわち、収益率の標準偏差である。すなわち予想収益を上回る下回るにかかわらず予想が外れることをリスクと考える。

2.3 何を目的とするか

リスクを最小化しつつ利益を最大化したい。現在のポートフォリオに個別の証券を加えていった時のリスクとリターンの変動をリスク・リターンの二次元平面上で考察する。一番簡単な 2 銘柄 + 無リスク資産における最適化問題は以下に帰着する。

Mrkowitz の問題

無リスク資産のリターンを r 、株式 A, B の期待収益率を μ_A, μ_B 、各投資比率を ω_A, ω_B 、 AB の相関係数を ρ_{AB} 、目標リターンを μ とすると、

$$\min\{\sigma_A^2\omega_A^2 + \sigma_B^2\omega_B^2 + 2\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}\omega_A\omega_B\}$$

となるような各 ω を求めよ。ただし、次を満たす必要がある。

$$\begin{cases} \mu = \mu_A\omega_A + \mu_B\omega_B + r\omega_0, & (1) \\ \omega_0 + \omega_A + \omega_B = 1. & (2) \end{cases}$$

考える銘柄数を増やしていったときに、考える式が多くなる。数百といった連立方程式を解くことになるがこれを解の正当性を保持し、保管することは困難である。ここであるモデルを仮定することで様々な性質が成り立つのでこれを軸に議論を進める。

3 学習内容

当初の予定では確率微分方程式をやろうと思ったが、難解で挫折してしまった。なので確率微分方程式における高度な内容には手を出さず基礎的な内容に絞り、高校数学レベルで証券投資論の基礎を主として勉強した。研究発表では、その内容について話す。

4 今後の課題

- CAPM 理論は現実の市場で完璧に機能する理論ではないのでより実際の市場に適用できるようなモデルを考えたい。
- 夏休み結構勉強したのに結局金儲け出来なかった（これが一番悔しいのだが...）

参考文献

- [1] ファイナンス理論入門～金融工学へのプロローグ～(木島正明 後藤允 鈴木輝好 著 2015年 朝倉書店)
- [2] 金融・証券のためのブラックショールズ微分方程式(石村貞夫 石村園子 著 2017年 東京図書)
- [3] 初めから学べると評判の大学基礎数学確率統計キャンパスゼミ(馬場敬之 著 2017年 マセマ出版)